

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐỒ THU HÀ

GÀN ĐÚNG QUỸ ĐẠO THẮNG
CHO CÁC QUÁ TRÌNH TÁN XẠ NĂNG LƯỢNG CAO TRONG LÝ
THUYẾT LƯỢNG TỬ

Chuyên ngành: Vật lý lý thuyết và Vật lý Toán
Mã số: 9440130.01

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ VẬT LÝ

Người hướng dẫn khoa học:
GS.TSKH. Nguyễn Xuân Hãn

Hà Nội - 2023

MỞ ĐẦU

1. Lý do chọn đề tài

Gần đúng eikonal cho biên độ tán xạ năng lượng cao và góc tán xạ nhỏ được xây dựng lần đầu tiên vào năm 1959 trong cơ học lượng tử phi tương đối tính sau đó là trong cơ học lượng tử tương đối tính, tiếp theo là trong lý thuyết trường lượng tử và gần đây là trong lý thuyết hấp dẫn lượng tử.

Việc phát hiện sóng hấp dẫn vào năm 2014 và chụp được ảnh “lỗ đen” vào năm 2019 đã đặt ra vấn đề cấp bách của vật lý hiện đại, đó là tìm được biên độ tán xạ năng lượng cao của các hạt cơ bản cho tất cả các tương tác bao gồm cả tương tác hấp dẫn, cũng như việc hợp nhất bốn loại tương tác: điện từ, yếu, mạnh và hấp dẫn thành lý thuyết thống nhất vĩ đại. Tán xạ hấp dẫn diễn ra ở năng lượng $\sqrt{s} = 2E \ll M_{PL}$ và hằng số tương tác hiệu dụng - đây là vùng $\alpha_G = Gs / \hbar \geq 1$ năng lượng được mô tả bằng “lý thuyết trường hiệu dụng”.

Bài toán tán xạ hấp dẫn được nhiều tác giả nghiên cứu theo các cách tiếp cận khác nhau và đều dựa trên khai triển nhiễu loạn thông thường. Cho đến nay các nghiên cứu trên cũng chỉ nhận được số hạng chính (leading term) của biên độ tán xạ. Việc tìm các số hạng bổ chính (non-leading term) còn lại đều thất bại mặc dù chúng có vai trò quan trọng trong các vấn đề như lực hấp dẫn mạnh gần lỗ đen, sự cải biến lý thuyết dây của lý thuyết hấp dẫn và các hiệu ứng khác của hấp dẫn lượng tử. Việc xác định các số hạng bổ chính cho số hạng chủ chốt đối với bài toán tán xạ hấp dẫn hiện vẫn là một vấn đề mở chưa có lời giải.

Từ những phân tích trên, với mục đích phát triển một sơ đồ tính toán hệ thống dựa trên phép gần đúng quỹ đạo thẳng (gần đúng eikonal) để tính biên độ tán xạ cũng như các bổ chính của nó trong lý thuyết trường bao gồm cả lý thuyết hấp dẫn lượng tử, lý thuyết hấp dẫn lượng tử tuyến tính và lý thuyết hấp dẫn lượng tử hiệu dụng chúng tôi lựa chọn đề tài nghiên cứu là “*Gần đúng quỹ đạo thẳng cho các quá trình tán xạ năng lượng cao trong lý thuyết lượng tử*”.

2. Mục tiêu nghiên cứu

Mục tiêu của luận án là xây dựng một sơ đồ tính toán hệ thống, sử dụng gần đúng quỹ đạo thẳng (gần đúng Eikonal) để tìm biên độ tán xạ và các bổ chính của nó trong cơ học lượng tử, trong lý thuyết trường lượng tử bao gồm cả lý thuyết hấp dẫn lượng tử, lý thuyết hấp dẫn lượng tử tuyến tính và lý thuyết hấp dẫn lượng tử hiệu dụng.

3. Nội dung nghiên cứu

Với mục tiêu trên, chúng tôi đã thực hiện nghiên cứu các nội dung sau: Nghiên cứu tổng quan về gần đúng eikonal trong các lý thuyết: Quang học, cơ học lượng tử và lý thuyết trường lượng tử; Tìm biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ của hạt ở trường thế ngoài bằng phương pháp tích phân pha trong cơ học lượng tử làm tiền đề cho việc áp dụng gần đúng này trong lý thuyết trường lượng tử. Tính toán tiết diện tán xạ của hạt trên các thế ngoài cụ thể là thế Gauss và thế Yukawa; Tìm biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ và số hạng bổ chính của nó bằng phương pháp chuẩn thế trong biểu diễn tọa độ trong lý thuyết hấp dẫn lượng tử tuyến tính. Thế Yukawa được sử dụng để cụ thể hóa kết quả; Tìm biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ và bổ chính của nó trong khuôn khổ của lý thuyết nhiễu loạn cải biến và phương trình chuẩn thế trong lý thuyết hấp dẫn lượng tử vòng; Tìm biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ cho thế Newton mà nó bao gồm đóng góp của bổ chính lượng tử tương đối tính và bổ chính lượng tử gần đúng một vòng trong lý thuyết hấp dẫn lượng tử hiệu dụng.

4. Phương pháp nghiên cứu

Với cách tiếp cận tổng hợp và logic về cả toán học lẫn vật lý, khi xây dựng công cụ tính toán chúng tôi nghiên cứu các phương pháp chung của lý thuyết trường và đặc biệt nghiên cứu kỹ các phương pháp sau:

Phương pháp thứ nhất là phương pháp lấy tổng các giản đồ Feynman; Phương pháp thứ hai là phương pháp tích phân quỹ đạo (trong vật lý gọi là tích phân đường còn trong toán học còn gọi là tích phân phiếm hàm); Phương pháp thứ ba là phương pháp chuẩn thế. Phương pháp này dựa trên cơ sở phương trình chuẩn thế Logunov-Tavkhelidze (gọi tắt là phương trình chuẩn thế) mà nó được coi là tổng quát hóa phương trình Lippmann - Schwinger.

5. Phạm vi nghiên cứu

Nghiên cứu bài toán tán xạ hai hạt ở năng lượng cao trong cơ học lượng tử. Tiếp tục phát triển bài toán trên trong lý thuyết trường lượng và lý thuyết trường lượng tử một vòng kể cả trường hấp dẫn lượng tử. Kết quả này, lại tiếp tục được mở rộng trong lý thuyết hấp dẫn hiệu dụng.

Việc hoàn thiện và phát triển lý thuyết nhiễu loạn cải biến giúp tìm được số hạng chính (leading term) của biên độ tán xạ eikonal và hệ thống các số hạng bổ chính (corrections-non-leading) trong lý thuyết hấp dẫn lượng tử, mà trước đây chưa thành công.

6. Ý nghĩa khoa học của luận án

Các kết quả của luận án góp phần xây dựng và hoàn thiện lý thuyết trường lượng tử bao gồm cả hấp dẫn.

Việc tìm được biên độ tán xạ cho thế Newton mà nó bao gồm đóng góp của bổ chính lượng tử tương đối tính và bổ chính vòng trong khuôn khổ lý thuyết hấp dẫn hiệu dụng góp phần làm rõ mối liên hệ giữa lý thuyết lượng tử hiệu dụng của thuyết tương đối rộng và cơ học lượng tử tương đối tính.

7. Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu, kết luận, danh mục các công trình khoa học của tác giả liên quan đến luận án, tài liệu tham khảo, phụ lục, phần nội dung luận án gồm 4 chương: *Chương 1*: Tổng quan về gần đúng eikonal; *Chương 2*: Biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ và phương pháp tích phân phiếm hàm trong cơ học lượng tử; *Chương 3*: Đóng góp của hấp dẫn lượng tử hiệu dụng cho tán xạ năng lượng cao trong khuôn khổ của lý thuyết nhiễu loạn cải biến và gần đúng một vòng; *Chương 4*: Biên độ tán xạ năng lượng cao trong lý thuyết hấp dẫn tuyến tính.

Các kết quả chính của luận án được trình bày trong 4 công trình khoa học: 01 bài được công bố trên Tạp chí khoa học quốc tế thuộc danh mục ISI (IF: 4.8389, Q1), 03 bài báo đăng trên các Tạp chí khoa học trong nước.

CHƯƠNG 1

TỔNG QUAN VỀ GẦN ĐÚNG EIKONAL

Trong chương này chúng tôi lần lượt nghiên cứu phép gần đúng eikonal trong quang học, sau đó trong lý thuyết tán xạ cơ học lượng tử, và cuối cùng là trong lý thuyết trường lượng tử. Nội dung của chương này là cơ sở lý thuyết để nghiên cứu nội dung các chương tiếp sau.

1.1. Gần đúng eikonall trong quang học

Trong phần này chúng ta tiến hành thảo luận gần đúng eikonal trong quang học.

Phương trình mô tả việc truyền sóng ánh sáng trong môi trường có chiết suất n mà trong trường hợp tổng quát là hàm số của tọa độ $n(\vec{r})$, và có dạng:

$$\Delta\varphi - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

ở đây φ là thành phần bất kỳ của các véc tơ \vec{E} và \vec{H} .

Chúng ta tìm nghiệm của phương trình (1.1) trong trường hợp này dưới dạng:

$$\varphi = ae^{i\psi}. \quad (1.4)$$

Ở những khoảng cách nhỏ của không - thời gian, hàm ψ được gọi là eikonal thỏa mãn phương trình sau:

$$\Delta a + i2\vec{\nabla}a\vec{\nabla}\psi + ia\Delta\psi - a(\vec{\nabla}\psi)^2 - \frac{n^2(\vec{r})}{c^2} \left[\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} + 2i\frac{\partial a}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial t} + ia\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - a\left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)^2 \right] = 0. \quad (1.7)$$

Giả thiết rằng a và ψ là các hàm biến đổi chậm của tọa độ và thời gian, bỏ các số hạng chứa đạo hàm bậc hai của a và ψ là: Δa , $\Delta\psi$, $\vec{\nabla}a\cdot\vec{\nabla}\psi$, $\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}$, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$, $\frac{\partial a}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial t}$ trong (1.7), chúng ta thu được phương trình eikonal cho ψ :

$$(\vec{\nabla}\psi)^2 = \left(\frac{n(\vec{r})}{c}\right)^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t}\right)^2. \quad (1.8)$$

Và:

$$(\vec{\nabla}\psi)^2 = \left(n(\vec{r})\frac{\omega}{c}\right)^2. \quad (1.9)$$

Các phương trình (1.8) và (1.9) được gọi là các phương trình eikonal.

Như vậy, trong gần đúng eikonal các tia được hướng theo $\vec{k} = \vec{\nabla}\psi$, $\omega = -\frac{\partial \psi}{\partial t}$, các mặt sóng là các mặt:

$$\psi(\vec{r}, t) = const \quad (1.10)$$

1.2. Gần đúng eikonal trong cơ học lượng tử

1.2.1. Bài toán tán xạ trong cơ học lượng tử

Trước tiên, chúng ta nghiên cứu gần đúng eikonal trong cơ học lượng tử dựa vào việc phát biểu bài toán tán xạ.

Nếu sự tán xạ xảy ra trong thế năng có đối xứng cầu thì hàm sóng ở xa vô cùng gồm sóng phẳng tới và sóng cầu tán xạ có dạng:

$$\psi(\vec{r}) \sim e^{ikz} + f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}, \quad (1.11)$$

trong đó, hàm số $f(\theta)$ được gọi là biên độ tán xạ.

Mật độ tiết diện tán xạ được xác định bởi:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \quad (1.18)$$

Như vậy, mật độ tiết diện tán xạ hoàn toàn được tính theo biên độ tán xạ.

Để tìm biên độ tán xạ $f(\theta)$, ta cần tìm lời giải phương trình Schrodinger:

$$\left(\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + E - V(\vec{r})\right)\psi_r(\vec{r}) = 0. \quad (1.19)$$

Khi $r \rightarrow \infty$ thì hàm sóng $\psi_r(\vec{r})$ có dạng tiệm cận (1.11).

Trong nhiều trường hợp ta có thể kết hợp phương trình Schrodinger (1.19) và các điều kiện biên (1.11) vào một phương trình tích phân. Điều này có thể thực hiện được nếu ta sử dụng hàm Green của phương trình Schrodinger tự do $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$. Nhờ có $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$ phương trình (1.19) sẽ chuyển thành phương trình tích phân:

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = \varphi_{\vec{k}}(\vec{r}) + \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') V(\vec{r}') \psi_{\vec{k}}(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (1.23)$$

Hay

$$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} - \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r} \frac{1}{4\pi} \frac{2m}{\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}'} \frac{V(\vec{r}')}{r'} \psi_{\vec{k}}(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (1.26)$$

So sánh (1.26) và (1.11) chúng ta thu được biểu thức biên độ tán xạ:

$$f(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}} V(\vec{r}) \psi_{\vec{k}}(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (1.27)$$

Biểu thức (1.27) cho ta biên độ tán xạ $f(\theta)$, nếu biết nghiệm của phương trình Schrodinger $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$. Lưu ý, trong biểu thức (1.27) ta cần hiểu $\psi_{\vec{k}}(\vec{r})$ không phải toàn bộ không gian, mà chỉ ở vùng tác dụng của thế $V(\vec{r})$.

1.2.2. Lời giải của phương trình Schrodinger trong gần đúng eikonal

Chúng ta sẽ tìm nghiệm phương trình Schrodinger (1.19) có dạng sóng phẳng mà trong quá trình tương tác với thế năng sẽ xuất hiện thêm số hạng dịch pha bổ sung $\chi(\vec{r})$.

$$\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r} + i\chi(\vec{r})}. \quad (1.28)$$

Thay (1.28) vào (1.19) với $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ ta có phương trình chính xác cho $\chi(\vec{r})$:

$$i \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \chi + \frac{\hbar^2}{2m} \left[2\vec{k} \vec{\nabla} \chi + (\vec{\nabla} \chi)^2 \right] + V(\vec{r}) = 0. \quad (1.29)$$

Nếu ta giả thiết rằng $\chi(\vec{r})$ là hàm nhỏ của tọa độ, như ta đã làm khi rút ra phương trình eikonal trong quang học (1.9) thì trong (1.29) ta sẽ bỏ đạo hàm bậc hai của $\chi(\vec{r})$. Như vậy trong cơ học lượng tử, phương trình tương tự với phương trình eikonal là:

$$2\vec{k} \vec{\nabla} \chi(\vec{r}) + (\vec{\nabla} \chi(\vec{r}))^2 = -\frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}). \quad (1.30)$$

So sánh (1.8) với (1.30) ta có vai trò eikonal ψ bây giờ là đại lượng $\vec{k}\vec{r} + \chi(\vec{r})$.

Nếu năng lượng của các hạt va chạm là lớn, hướng véc tơ sóng \vec{k} theo trục z , $\frac{\hbar k}{m} = v$, nghiệm của phương trình Schrodinger trong gần đúng đang xét có dạng:

$$\psi(\vec{r}) = \exp \left\{ i\vec{k}\vec{r} - \frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz' \right\}. \quad (1.34)$$

Thay (1.34) vào (1.27), với $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$ ta được biểu thức cho biên độ tán xạ:

$$f(\theta) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{i\vec{q}\vec{r}} V(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz'} dxdydz, \quad (1.35)$$

Bây giờ ta nghiên cứu tán xạ góc nhỏ, sao cho sự thay đổi xung lượng trong quá trình tán xạ \vec{q} có thể lấy với độ chính xác $\frac{1}{k}$ vuông góc với \vec{k} , tức là vuông góc với trục Oz .

Trong trường hợp này ta thu được biên độ tán xạ:

$$f(\theta) \equiv f(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{k}{2\pi i} \int d^2\vec{b}_\perp e^{i\vec{q}_\perp \cdot \vec{b}_\perp} \left(e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{b}_\perp, z') dz'} - 1 \right), \quad (1.36)$$

Đối với các thế năng có tính đối xứng thì trong (1.36) có thể lấy tích phân theo góc phương vị. Khi đó ta có biên độ tán xạ dạng:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -ik \int_0^\infty b db J_0(qb) \left(e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(b, z') dz'} - 1 \right), \quad (1.39)$$

1.2.3. Điều kiện sử dụng gần đúng eikonal

Bây giờ chúng ta sẽ tìm các điều kiện cho thế năng, năng lượng của hạt bị tán xạ và góc tán xạ, để biểu thức (1.36) là đúng.

Để đạt được mục tiêu này, ta cần thiết lập các điều kiện sao cho các số hạng $\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \chi(\vec{r})$ và $\frac{\hbar^2}{2m} (\vec{\nabla} \chi)^2$ là nhỏ so với $V(\vec{r})$ và $\frac{\hbar^2}{2m} \vec{k} \vec{\nabla} \chi(\vec{r})$.

Ta thu được kết quả:

$$\text{Thế năng đủ nhỏ} \quad \lambda \ll a \text{ hay } ka \gg 1. \quad (1.42)$$

$$\text{Năng lượng đủ lớn} \quad \frac{|V(\vec{r})|}{E} \ll 1. \quad (1.44)$$

$$\text{Góc đủ nhỏ} \quad \theta \ll \frac{1}{\sqrt{ka}}. \quad (1.45)$$

1.3. Biểu diễn eikonal trong lý thuyết trường lượng tử

Bài toán tán xạ năng lượng cao của các hạt cơ bản không giải quyết được bằng cách tiếp cận thế. Bởi vì, trong cách tiếp cận này, chúng ta chưa tính đến hiệu ứng trễ cũng như khả năng sinh hạt mới. Bài toán trên chỉ được có thể thực hiện được một cách logic trong lý thuyết trường lượng tử.

Do vậy, việc nghiên cứu làm sao để nhận được biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ trong cách tiếp cận của lý thuyết trường lượng tử là rất cần thiết. Với mục đích này, chúng ta sử dụng phương pháp tích phân phiếm hàm. Đây là phương pháp giúp ta tính toán đơn giản hơn so với phương pháp lấy tổng các giản đồ Feynman.

Để đơn giản ta nghiên cứu tán xạ hai hạt “nucleon” (trường ψ) tương tác với trường meson. Các tính toán thực tế trùng nhau cho cả hai trường hợp: Khi spin của trường meson bằng không và khi spin của trường meson bằng 1.

Để xây dựng biên độ tán xạ chúng ta xuất phát từ hàm Green. Tiếp theo, chúng ta sử dụng phương pháp tích phân phiếm hàm. Cụ thể hàm Green lượng tử hai hạt $G(y_1, y_2; x_1, x_2 | A)$ có thể thu được bằng phương pháp tích phân phiếm hàm theo các trường. Sau đó, chúng ta sử dụng phép gần đúng eikonal để tính tích phân phiếm hàm theo trường. Muốn vậy, ta không tính các hiệu ứng phân cực của chân không.

Chúng ta nhận được biên độ tán xạ:

$$T(q_1, q_2, p_1, p_2) = -4g^2 \int d^4 B e^{i(q_1 - p_1)B} \prod_{n=1}^2 \left(\int [\delta^4 \omega_n]_{-\infty}^{+\infty} \right) \exp \left\{ -i \frac{g^2}{2} j_n D^c j_n \right\} \quad (1.80)$$

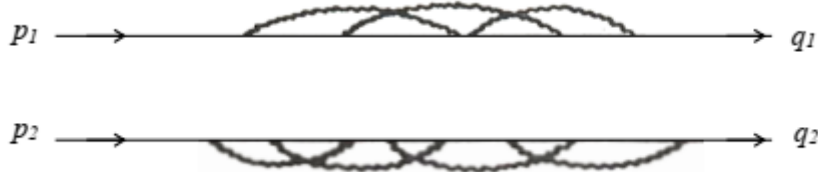
$$\left[\omega_1(0) - \frac{1}{2}(p_1 + q_1) \right]^\mu D_{\mu\nu}^c(B) \cdot \left[\omega_2(0) - \frac{1}{2}(p_2 + q_2) \right]^\nu d\lambda \exp \left\{ -ig^2 j_1 D^c j_2 \right\} + (p_1 \leftrightarrow p_2)$$

ở đây:

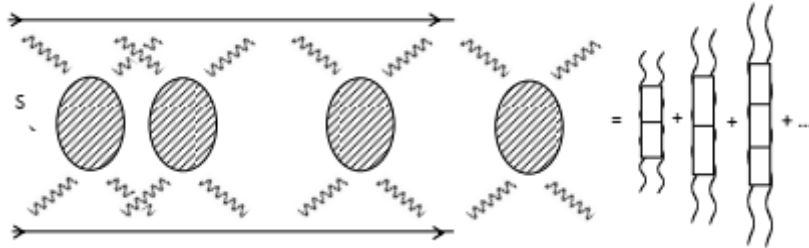
$$j_n^\nu(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \left[\omega_n(\xi) - p_n \theta(\xi) - q_n \theta(-\xi) \right]^\nu \cdot \delta^{(4)} \left\{ z - x'_n - \int_0^\alpha \omega_n(\eta) d\eta - 2\xi \left[p_n \theta(\xi) + q_n \theta(-\xi) \right] \right\} \quad (1.81)$$

Với: $n = 1, 2; x'_1 - x'_2 = B$.

Biểu thức biên độ tán xạ mà chúng ta tìm được nhờ phương pháp tích phân phiếm hàm (1.80) tương tự với chuỗi thông thường của lý thuyết nhiễu loạn. Sau khi khai triển (1.80) theo chuỗi g^2 , các tích phân phiếm hàm theo $\delta\omega_n$ có thể lấy chính xác. Ở đây các đóng góp và không đóng góp được mô tả như giản đồ Hình 1.5 và 1.6. Tuy nhiên nghiên cứu biểu thức (1.80) mà không phải sử dụng khai triển nhiễu loạn rất thú vị. Tính các tích phân phiếm hàm theo $\delta\omega_n$ một cách chính xác là không thể, chúng ta sẽ sử dụng cách đánh giá gần đúng (phép gần đúng quỹ đạo thẳng hay gần đúng eikonal).



Hình 1.5: Các giản đồ không cho đóng góp vào biên độ tán xạ



Hình 1.6. Các giản đồ với việc trao đổi "thang". Việc lấy tổng tất cả các giản đồ dẫn đến công thức Regge- Eikonal để cho biên độ tán xạ

Trước tiên cần lưu ý, tích phân theo các biến phiếm hàm ω_n ($n = 1, 2$) trong (1.80) thực hiện phép lấy tổng các đóng góp, mà chúng mang cho biên độ tán xạ các quỹ đạo có thể của các nucleon tương tác. Những quỹ đạo như các hàm của thời gian riêng ξ được xác định bằng các xung lượng của các nucleon trước và sau tán xạ (p_n và p'_n tương ứng) và biến số phiếm hàm $\omega_n(\eta)$:

$$\chi_n(\xi) = 2\xi \left[p_n \theta(\xi) + q_n \theta(-\xi) \right] + 2 \int_0^\xi \omega_n(\eta) d\eta; n = 1, 2.$$

Trong những ký hiệu này, các biểu thức của các dòng ở (1.81) có dạng:

$$j_n^{\nu}(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \frac{dx_n^{\nu}(\xi)}{d\xi} \delta^{(4)}(z - x_n' - x_n(\xi)), \quad (1.82)$$

Công thức (1.82) là sự tổng quát hóa bất biến tương đối tính của định nghĩa dòng hạt thông thường của hạt điểm, mà nó chuyển động theo quỹ đạo $\vec{x}(t)$:

$$j^{\nu}(Z) = (\delta(\vec{z} - \vec{x}(t)), \vec{v} \cdot \delta(\vec{z} - \vec{x}(t)))$$

và thỏa mãn phương trình liên tục $\partial_{\mu} j_n^{\mu}(Z), n = 1, 2$.

Khi tán xạ năng lượng cao về phía trước:

$$S = (p_1 + p_2)^2 \rightarrow \infty, t = (p_1 - q_1)^2 = const$$

Ta giả thiết một cách tự nhiên rằng để cho từng giá trị cố định đối với tọa độ B từ tất cả các quỹ đạo có thể của các nucleon sự đóng góp cơ bản là các quỹ đạo thẳng mà chúng được cho bằng hướng các xung lượng trước và sau tán xạ. Điều này có nghĩa trong vùng động học có thể bỏ ở các dòng (1.81) các biến số phiếm hàm $\omega_n(\eta); (n=1,2)$ mô tả độ lệch khỏi quỹ đạo thẳng.

Lập luận này được minh chứng bằng thực nghiệm về độ vượt trội hiếm thấy trong quá trình va chạm nucleon, mà nó đòi hỏi việc truyền xung lượng lớn (tán xạ góc lớn). Theo ngôn ngữ giản đồ Feynman với gần đúng này, có thể kiểm tra dễ dàng bằng phép khai triển theo chuỗi g^2 , và dẫn đến việc tuyến tính hóa các hàm truyền nucleon theo xung lượng của các meson ảo chính là phép thay thế:

$$\left[\left(p + \sum_i k_i \right)^2 - m^2 \right]^{-1} \rightarrow \left[2p \sum_i k_i + \sum_i k_i^2 \right]^{-1}$$

ở đây p là xung lượng của một trong số các nucleon bị tán xạ, k_i là xung lượng của các meson ảo.

Trong cách tiếp cận phiếm hàm, điều này có thể đạt được bằng cách lấy gần đúng các tích phân Feynman theo quỹ đạo.

$$\int [\delta^4 v] e^{-ig^2 \sum_{n,m} j_n D^c j_m} \approx e^{-ig^2 \sum_{n,m} \langle j_n D^c j_m \rangle}$$

ở đây $j_n D^c j_m \equiv \int [\delta^4 v] j_n D^c j_m$.

Gần đúng như vậy khi nghiên cứu các quá trình tán xạ năng lượng cao có tên gọi là **gần đúng quỹ đạo thẳng**, Trong gần đúng này các hạt năng lượng cao bị tán xạ bằng việc trao đổi các lượng tử ảo một cách độc lập với nhau. Việc tính các tích phân phiếm hàm trong công thức (1.80) bằng gần đúng eikonal sẽ dẫn đến biểu diễn Glauber cho biên độ tán xạ.

$$T(s, t) = -2ise^{at} \int d^2 B_1 e^{i(p_1 - q_1) B_1} (e^{i\chi(B)} - 1), \quad (1.83)$$

ở đây $\chi(B) = \frac{g^2}{2\pi} K_0(B\mu)$.

$$a = \frac{g^2}{3(2\pi)^2 m^2} \left(\ln \frac{m^2}{\mu^2} + \frac{1}{2} \right)$$

Thừa số e^{at} trong công thức (1.83) tương ứng với các số hạng bổ chính cho các đường nucleon. Pha eikonal $\chi(B)$ trong (1.83) tương ứng với thế Yukawa giữa các nucleon

$$\text{bị tán xạ: } V(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r}, r = \sqrt{B^2 + z^2}$$

Tiết diện tán xạ toàn phần trong mô hình này tiến tới hằng số khi $s \rightarrow \infty$.

$$\sigma^{\text{tot}}(s) = \frac{T_m T(s, 0)}{s} \rightarrow \text{const khi } s \rightarrow \infty$$

Nếu chúng ta nghiên cứu quá trình tán xạ của các nucleon trong mô hình với các meson vô hướng trong gần đúng eikonal, thì sơ đồ tính toán vẫn nguyên như cũ ($L_{\text{int}} = g\psi^* \psi \phi$), việc thay đổi chỉ là các biểu thức sẽ áp dụng cho các dòng nucleon.

Thay cho công thức (1.81), trong trường hợp này ta có:

$$j_n(Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \delta^{(4)}(\xi) \delta^{(4)}\left\{ z - x'_n - \int_0^\xi \omega_n(\eta) d\eta - 2\xi [p_n \theta(\xi) + q_n \theta(-\xi)] \right\}$$

Trong gần đúng eikonal cho biên độ tán xạ lại thu được công thức Glauber (1.82) với pha phụ thuộc vào năng lượng.

$$\chi(B, s) = \frac{g^2}{4\pi s} K_0(\mu B)$$

Tiết diện tán xạ toàn phần trong trường hợp này sẽ giảm cùng với việc tăng năng lượng $\sigma^{\text{tot}}(s)_{s \rightarrow \infty} \sim \frac{1}{s}$. Pha eikonal trong trường hợp đang xét là hoàn toàn thực, đúng như trong gần đúng eikonal những giản đồ này không kể thêm quá trình không đàn tính vào tán xạ đàn hồi. Muốn tính những đóng góp không đàn tính cần phải nghiên cứu sự trao đổi các “block” “áo phức tạp hơn, mà chúng chứa các đường kín nucleon [20]. Trong gần đúng eikonal có thể lấy tổng các giản đồ cùng với việc trao đổi “thang” (Hình 1.6). Pha trong trường hợp này là ảnh Fourier hai chiều từ đóng góp của các cực điểm Regge.

$$\chi(B, s) = \text{const} \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} e^{iqB} \left(\frac{S}{S_0} \right)^{\alpha(-q^2)} \quad (1.84)$$

Kết quả này có thể xem như sự khẳng định mô hình Regge-Eikonal trong lý thuyết trường lượng tử là đúng đắn.

1.4 Tổng kết chương 1

Trong chương này chúng tôi đã trình bày một cách hệ thống gần đúng eikonal để mô tả tán xạ của các hạt cơ bản.

Trước tiên, chúng tôi thu được biểu thức eikonal trong quang học. Tiếp theo chúng tôi dẫn ra công thức Glauber cho biên độ tán xạ từ lời giải của phương trình Schrodinger. Đồng thời đưa ra được các điều kiện cho thế năng, năng lượng của hạt và góc tán xạ để sử dụng được gần đúng này. Cuối cùng trình bày gần đúng eikonal trong lý thuyết trường lượng tử. Cụ thể, chúng tôi áp dụng phương pháp được áp dụng rộng rãi trong các bài toán tán xạ là phương pháp Feynman dựa trên cơ sở phép tích phân phiếm hàm trong lý thuyết trường lượng tử.

Việc vận dụng lý thuyết tổng quan về gần đúng eikonal cho bài toán tán xạ năng lượng cao được chúng tôi trình bày cụ thể trong các chương sau của luận án. Đặc biệt các kết quả này được chúng tôi vận dụng để nghiên cứu bài toán tán xạ trong lý thuyết hấp dẫn lượng tử.

CHƯƠNG 2

BIỂU DIỄN EIKONAL CHO BIÊN ĐỘ TÁN XẠ VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN PHIẾM HÀM TRONG CƠ HỌC LƯỢNG TỬ

Trong chương này chúng tôi vận dụng kiến thức tổng quan về gần đúng eikonal đã trình bày trong chương 1 để tìm biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ của bài toán tán xạ trong cơ học lượng tử.

Trong phần đầu tiên chúng tôi sẽ giới thiệu cách biểu diễn hàm Green của hạt cho phương trình Schrodinger ở thế ngoài dưới dạng tích phân phiếm hàm. Sau đó, chúng tôi tiến hành tách các cực điểm từ hàm Green của hạt ở trường ngoài để tìm biên độ tán xạ thế. Phần thứ hai chúng tôi nghiên cứu cách tính gần đúng tích phân phiếm hàm bằng gần đúng quỹ đạo thẳng và xem xét đáng điều tiệm cận của biên độ tán xạ thế ở vùng năng lượng cao với góc tán xạ nhỏ. Đồng thời thảo luận những hạn chế lên thế năng, năng lượng của hạt và góc tán xạ để phép gần đúng này được sử dụng. Trong phần thứ ba chúng tôi tính tiết diện tán xạ vi phân với các thế ngoài cụ thể như thế Yukawa và thế Gauss.

2.1. Hàm Green của phương trình Schrodinger ở trường ngoài dưới dạng tích phân phiếm hàm

Phương pháp tích phân phiếm hàm có thể đưa vào cơ học lượng tử bằng cách toán học nếu viết lời giải phương trình Schrodinger dưới dạng tích phân phiếm hàm. Chúng ta xem xét phương pháp này qua ví dụ bài toán tán xạ của hạt ở trường thế ngoài trong cơ học lượng tử. Khi đó hàm Green của hạt thỏa mãn phương trình Schrodinger dùng có dạng:

$$\left(E + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - V(\vec{r}) + i\varepsilon \right) G(\vec{r}, \vec{r}') = \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (2.1)$$

Việc thay E thành $E + i\varepsilon$ trong (2.1) cho phép nhận được hàm Green mà nó chỉ chứa sóng phân kỳ khi $r \rightarrow \infty$. Áp dụng biểu diễn giả thiết của Feynman, Fock viết toán tử ngược dưới dạng hàm mũ ta thu được hàm Green dưới dạng toán tử. Sau đó sử dụng phương pháp tích phân phiếm hàm ta thu được hàm Green của phương trình Schrodinger ở trường ngoài dưới dạng tích phân phiếm hàm:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{i}{\hbar} \int_0^\infty dt e^{i\frac{t}{\hbar}(E+i\varepsilon)} C_x \int \prod_{t'} d\vec{x}(t') \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' \left[\frac{m\dot{\vec{x}}^2(t')}{2} - V(\vec{x}(t')) \right] \right\} \quad (2.7)$$

với điều kiện:

$$x(t) = \vec{r} + \sqrt{\frac{2}{m}} \int_t^t \omega(t'') dt'' = \vec{r} \quad (2.8)$$

Tích phân phiếm hàm trong (2.7) chính là tích phân Feynman theo các quỹ đạo $\vec{x}(t)$ của hạt trong hàm mũ, mà số lũy thừa của nó chính là tác dụng cổ điển của hạt ở trường ngoài $V(\vec{x}(t))$.

2.2. Biên độ tán xạ và gần đúng quỹ đạo thẳng

Biên độ tán xạ liên quan tới hàm Green của hạt tán xạ ở trường ngoài được tính theo công thức sau:

$$f(\vec{k}, \vec{k}') = -\frac{4\pi^2 m}{\hbar^2} \left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m} + i\varepsilon \right) \langle \vec{k}' | G - G_0 | \vec{k} \rangle \left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} + i\varepsilon \right), \quad (2.11)$$

ở đây $E = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m}$.

Để thu được biên độ tán xạ ta cần phải tách từ hiệu $(G - G_0)$ hai cực $\left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m} + i\varepsilon\right)^{-1}$ và $\left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} + i\varepsilon\right)^{-1}$ để nó có thể triệt tiêu các thừa số $\left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}'^2}{2m} + i\varepsilon\right) \left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} + i\varepsilon\right)$ trong công thức (2.11). Ta có thể thực hiện những bước sau đây.

Bước 1: Chuyển sang biểu diễn xung lượng, trước tiên tìm ảnh Fourier $G(\vec{r}, \vec{r}')$

$$\langle \vec{k}' | G | \vec{k} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{r} d\vec{r}' e^{-i\vec{k}'\vec{r} + i\vec{k}\vec{r}'} G(\vec{r}, \vec{r}') = -i \int_0^\infty d\tau e^{i(E+i\varepsilon)\tau} \int \frac{d\vec{r}}{(2\pi)^3} e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}} \times$$

$$C_v \int \prod_\eta d\vec{v}(\eta) \exp \left\{ i \int_0^\tau \vec{v}^2(\eta) d\eta + 2i \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \vec{k} \int_0^\tau \vec{v}(\eta) d\eta - i \int_0^\tau V \left(\vec{r} + \frac{2\hbar}{\sqrt{2m}} \int_0^\tau \vec{v}(\eta) d\eta \right) d\xi \right\}.$$

Bước 2: Thực hiện phép dịch chuyển biến phiếm hàm cho phép ta bỏ qua các số hạng tuyến tính ở lũy thừa của hàm mũ.

$$\bar{\omega}(\eta) = \vec{v}(\eta) + \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \vec{k} \quad \text{và} \quad \bar{\omega}^2(\eta) = \vec{v}^2(\eta) + \frac{\hbar^2}{2m} \vec{k}^2 + 2 \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \vec{v}(\eta) \vec{k}$$

Kết quả cuối cùng ta tìm được hàm Green của hạt ở trường ngoài trong biểu diễn xung lượng:

$$\langle \vec{k}' | G | \vec{k} \rangle = G(\vec{k}, \vec{k}') = -i \int_0^\infty d\tau e^{i \left(E - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} + i\varepsilon \right) \tau} \int \frac{d\vec{r}}{(2\pi)^3} e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}} C_\omega \int \prod_\eta d^3 \bar{\omega}(\eta) \times$$

$$\times \exp \left\{ i \int_0^\tau \bar{\omega}^2(\eta) d\eta - i \int_0^\tau V \left(\vec{r} + \frac{2\hbar}{\sqrt{2m}} \int_0^\tau \bar{\omega}(\eta) d\eta - \frac{\hbar^2}{2m} \vec{k}(\tau - \xi) \right) d\xi \right\}. \quad (2.12)$$

Trong gần đúng này, đối với biên độ tán xạ ta nhận được biểu thức dưới đây:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{4\pi^2 m}{\hbar^2} \int \frac{d\vec{x}}{(2\pi)^3} V(\vec{x}) e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{x}} \times$$

$$\times \int_0^1 d\lambda \exp \left\{ -i \frac{\lambda}{\hbar v} \int_{-\infty}^\infty V(\vec{x} + \alpha [\vec{k}' \theta(\alpha) + \vec{k} \theta(-\alpha)]) d\alpha \right\} \quad (2.17)$$

Công thức (2.17) trùng với công thức nhận được bằng lý thuyết nhiễu loạn cho biên độ tán xạ.

Ta coi \vec{k} hướng theo trục Oz và góc tán xạ nhỏ. Khi đó $\vec{k} - \vec{k}' = \vec{q} \perp \vec{k}$ hay $\vec{q} \perp Oz$, gọi là q_\perp , không có thành phần z, lưu ý thêm: $\frac{1}{a} (e^a - 1) = \int_0^1 d\lambda e^{\lambda a}$, ta tìm được:

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{4\pi^2 m}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^3} \times \iint dx dy \int dz V(x, y, z) e^{(i\vec{q}_\perp \vec{x}_\perp)} \frac{e^a - 1}{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^\infty dz' V(x, y, z')}$$

$$= \frac{k}{2\pi} \int d^2 \vec{x} \exp(i\vec{q}_\perp \vec{x}_\perp) \left(e^{-\frac{i}{\hbar v} \int_{-\infty}^\infty dz' V(x, y, z')} - 1 \right) \quad (2.18)$$

Công thức (2.18) là biểu diễn Glauber hay còn gọi là biểu diễn eikonal thông thường cho biên độ tán xạ:

2.3. Tiết diện tán xạ vi phân ở các trường ngoài cụ thể

Sử dụng biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ nhận được ở mục trước, chúng ta đi tính tiết diện tán xạ vi phân cho các quá trình tán xạ ở các thế ngoài cụ thể, như thế ngoài Yukawa và thế ngoài Gauss.

2.3.1. Thế Yukawa

Thế Yukawa có dạng:

$$V(r) = \frac{g}{r} e^{-\mu r} \quad (2.19)$$

Biểu thức pha tán xạ:

$$\chi(\vec{b}) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(\sqrt{b^2 + z^2}) dz. \quad (2.20)$$

Thay thế Yukawa (2.19) vào pha tán xạ ta được :

$$\chi(\vec{b}) = \frac{1+i\varepsilon}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(\sqrt{b^2 + z^2}) dz = \frac{1+i\varepsilon}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g}{r} e^{-\mu r} dz = \frac{2g}{\hbar v} K_0(\mu b) \quad (2.21)$$

Trong đó : $K_0(\mu b) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\mu\sqrt{b^2+z^2}}}{\sqrt{b^2+z^2}} dz$ là hàm Mac Donal bậc 0 (hay hàm Bessel cải biến).

Thay biểu thức của pha tán xạ (2.20) vào biểu thức của biên độ tán xạ :

$$f(\theta) = \frac{k}{i} \int_0^{\infty} J_0(kb\theta) \left\{ e^{i\chi(\vec{b})} - 1 \right\} b db = \frac{k}{i} \int_0^{\infty} J_0(kb\theta) \left\{ \exp\left[\frac{2ig^2}{\hbar v} K_0(\mu b) \right] - 1 \right\} b db$$

Khi $b \rightarrow \infty$ thì $K_0(\mu b) \rightarrow 0$. Biểu thức của biên độ tán xạ trở thành :

$$f(\theta) = \frac{2g^2 k}{\hbar v} \frac{1}{\mu^2 + k^2 \theta^2} \quad (2.22)$$

Từ biên độ tán xạ (2.22) vừa tìm được, ta đi tính tiết diện tán xạ vi phân :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = \left| \frac{2g^2 k}{\hbar v} \frac{1}{\mu^2 + k^2 \theta^2} \right|^2 = 4 \left(\frac{g^2 k}{\hbar v} \right)^2 \frac{1}{\left(\mu^2 + 4k^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)^2}. \quad (2.23)$$

Tiết diện tán xạ toàn phân tương ứng :

$$\sigma = \frac{16\pi(g^2 k)^2}{\hbar^2 v^2 \mu^2 (\mu^2 + 4k^2)} \quad (2.24)$$

2.3.2. Thế Gauss

Thế Gauss có dạng :

$$\sigma = \frac{16\pi(g^2 k)^2}{\hbar^2 v^2 \mu^2 (\mu^2 + 4k^2)} \quad (2.25)$$

Tính một cách tương tự, ta thu được biểu thức dưới đây cho pha tán xạ :

$$\chi(\vec{b}) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(\sqrt{b^2 + z^2}) dz = -\frac{g}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha r^2} dz = -\frac{g}{\hbar v} e^{-\alpha b^2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}; \quad (2.25)$$

Thay vào biểu thức biên độ tán xạ của hạt ở trường ngoài (2.21), ta được :

$$f(\theta) = -\frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \frac{gk}{\hbar v} \exp\left(-\frac{k^2 \theta^2}{4\alpha}\right) \quad (2.26)$$

Tiết diện tán xạ vi phân :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\pi}{4\alpha^3} \left(\frac{gk}{\hbar v} \right)^2 \exp \left(-\frac{4k^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{2\alpha} \right) \quad (2.27)$$

Tiết diện tán xạ toàn phần tương ứng :

$$\sigma = \frac{\pi^2}{2\alpha^2} \left(\frac{g}{\hbar v} \right)^2 \left[1 - \exp \left(-\frac{2k^2}{\alpha} \right) \right]. \quad (2.28)$$

Những biểu thức cho tiết diện tán xạ vi phân và tán xạ toàn phần tìm được ở đây có thể được sử dụng để phân tích các số liệu thực nghiệm hiện nay.

2.4. Tổng kết chương 2

Trong chương này chúng tôi nghiên cứu bài toán tán xạ của hạt ở trường thế ngoài trong cơ học lượng tử bằng phương pháp tích phân phiếm hàm trong gần đúng quỹ đạo thẳng, mà nó tương đương với phép gần đúng eikonal trong quang học. Chúng tôi đã tìm được biểu diễn Glauber cho biên độ tán xạ của hạt nhanh ở thế ngoài với góc tán xạ nhỏ qua việc tìm lời giải phương trình Schrodinger bằng phương pháp tích phân phiếm hàm, mà không dựa vào việc khai triển theo lý thuyết nhiễu loạn thông thường. Đồng thời chúng tôi thu được tiết diện tán xạ của hạt trên các trường thế ngoài cụ thể là thế Yukawa và thế Gauss.

Cách tiếp cận mà chúng tôi sử dụng ở đây có thể mở rộng để nghiên cứu các bài toán tán xạ trong cơ học lượng tử tương đối tính, trong lý thuyết trường lượng tử bao gồm cả tương tác hấp dẫn lượng tử mà chúng tôi sẽ tiếp tục nghiên cứu ở chương 3.

CHƯƠNG 3

ĐÓNG GÓP CỦA HẤP DẪN LƯỢNG TỬ HIỆU DỤNG CHO TÁN XẠ NĂNG LƯỢNG CAO TRONG KHUÔN KHỔ CỦA LÝ THUYẾT NHIỄU LOẠN CẢI BIẾN VÀ GẦN ĐÚNG MỘT VÒNG

Trong chương này, chúng tôi tiếp tục vận dụng lý thuyết tổng quan về gần đúng eikonal đã trình bày trong chương 1 để nghiên cứu bài toán tán xạ năng lượng cao trong lý thuyết trường lượng tử bao gồm cả hấp dẫn lượng tử.

Cụ thể, chúng tôi sẽ phát triển một sơ đồ tính toán hệ thống nghiên cứu đáng điều kiện cận của biên độ tán xạ của hai hạt vô hướng ở năng lượng cao với xung lượng truyền cố định trong lý thuyết hiệu dụng của hấp dẫn lượng tử dựa trên phương trình chuẩn thế. Tìm biên độ tán xạ eikonal chính và các bổ chính của nó trong gần đúng hấp dẫn một vòng trong khuôn khổ của lý thuyết nhiễu loạn cải biến. Thảo luận mối liên hệ giữa các lời giải bằng cách sử dụng phương pháp toán tử và phương pháp tích phân phiếm cho phương trình chuẩn thế.

3.1. Phương trình chuẩn thế hai hạt ở dạng toán tử.

Để đơn giản, trước tiên chúng ta sẽ xem xét tán xạ đàn hồi của hai hạt “nucleon” vô hướng, cùng với Lagrangian tương tác $L_{\text{int}} = g\phi^2(x)\phi(x)$. Các kết quả thu được sẽ được tổng quát hóa cho trường hợp hai hạt “nucleon” vô hướng tương tác với một trường vector và sau đó là tương tác với trường hấp dẫn.

Trong biểu diễn xung lượng, áp dụng phương trình chuẩn thế Logunov-Tavkhelidze ta thu được biên độ tán xạ hai hạt vô hướng có dạng:

$$T(\vec{p}, \vec{p}'; s) = gV(\vec{p} - \vec{p}'; s) + g \int d\vec{q} K(\vec{q}^2; s) V(\vec{p} - \vec{q}; s) T(\vec{q}, \vec{p}'; s) \quad (3.1)$$

Phương trình (3.1) là dạng tổng quát của phương trình Lippman – Schwinger, cho trường hợp lý thuyết trường lượng tử tương đối tính. Thế chuẩn V trong phương trình (3.1) là một hàm phức của năng lượng và xung lượng tương đối tính. Phương trình chuẩn thế sẽ trở lên đơn giản nếu $V(r, s)$ là “nhẵn” hay nói cách khác chuẩn thế là hàm của hiệu xung lượng tương đối giữa hai hạt và năng lượng toàn phần (được gọi là chuẩn thế định xứ). Sự tồn tại của chuẩn thế gần như định xứ đã được chứng minh một cách chặt chẽ trong trường hợp hằng số tương tác là yếu và đây cũng là cách để chúng ta xây dựng chuẩn thế. Thế định xứ được xây dựng theo cách này đưa ra lời giải cho phương trình (3.1) có giá trị bằng với biên độ vật lý của quá trình tán xạ hai hạt trên mặt khối lượng.

Thực hiện phép biến đổi Fourier:

$$V(\vec{p} - \vec{p}'; s) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{r} e^{i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot \vec{r}} V(r; s); \quad (3.2)$$

$$T(\vec{p}, \vec{p}'; s) = \int d\vec{r} d\vec{r}' \exp(i\vec{p} \cdot \vec{r}) \exp(-i\vec{p}' \cdot \vec{r}') T(\vec{r}, \vec{r}'; s),$$

Từ đây, ta tìm được:

$$F(\vec{r}, \vec{r}'; s) = \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}') + \frac{g}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} K(\vec{q}^2; s) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} \times \int d\vec{r}'' e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}''} V(\vec{r}''; s) F(\vec{r}'', \vec{r}'; s) \quad (3.5)$$

Định nghĩa toán tử giả vi phân $\hat{L}_r = K(-\nabla_r^2; s)$, ta được:

$$\nabla_r (e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}}) = -i\vec{q} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}}; -\nabla_r^2 (e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}}) = \vec{q}^2 e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} \quad (3.6)$$

$$K(\vec{r}, s) = \int d\vec{q} K(\vec{q}^2; s) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} = K(-\vec{\nabla}_r; s) \int d\vec{q} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} = \hat{L}_r (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{r})$$

Sau một vài biến đổi đơn giản, phương trình (3.5) được viết lại ở dạng toán tử như sau:

$$F(\vec{r}, \vec{r}'; s) = \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}') + g \hat{L}_r [V(\vec{r}; s) F(\vec{r}, \vec{r}'; s)] \quad (3.7)$$

Phương trình (3.7) là dạng toán tử của phương trình Logunov – Tavkhelizde.

Trong khuôn khổ của phương pháp chuẩn thế, thế năng được xác định bằng cách mở rộng nó thành chuỗi vô hạn theo bậc của hằng số tương tác. Việc này tương ứng với việc khai triển nhiễu loạn biên độ tán xạ trên mặt khối lượng. Nghiệm gần đúng của phương trình (3.7) chỉ tìm được ở bậc thấp nhất của chuẩn thế. Sử dụng phương pháp này, biểu thức eikonal tương đối tính của biên độ tán xạ đàn tính đã được tìm ra trong lý thuyết trường lượng tử với năng lượng lớn và xung lượng truyền nhỏ.

3.2. Lý thuyết nhiễu loạn cải biến

Trong lý thuyết trường lượng tử, các vấn đề tán xạ chủ yếu được giải quyết bằng hai phương pháp là lý thuyết nhiễu loạn hiệp biến và phương pháp tích phân phiếm hàm. Tuy nhiên, trong một số trường hợp, để giải quyết bài toán một cách thuận lợi thì ta phải cải tiến phương pháp này trong phép khai triển mà nó có tên gọi là **phương pháp nhiễu loạn cải biến** được Fradkin đề xuất. Áp dụng lý thuyết nhiễu loạn cải biến để giải phương trình (3.7). Theo phương pháp này, chúng tôi có thể viết nghiệm của phương trình này dưới dạng hình thức:

$$F(\vec{r}, \vec{r}'; s) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} \exp[W(\vec{r}, \vec{k}; s)] e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} \quad (3.8)$$

Thay thế phương trình (3.8) vào phương trình (3.7), chúng ta có phương trình cho hàm $W(\vec{r}, \vec{k}; s)$

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} e^{W(\vec{r}, \vec{k}; s)} e^{-i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} e^{-i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}')} + \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} e^{i\vec{k}\vec{r}'} g\hat{L}_r \left[V(\vec{r}; s) e^{W(\vec{r}, \vec{k}; s)} e^{-i\vec{k}\vec{r}} \right]$$

Suy ra:

$$\exp \left[W(\vec{r}, \vec{k}; s) \right] = 1 + g\hat{L}_r \left[V(\vec{r}; s) e^{W(\vec{r}, \vec{k}; s) - i\vec{k}\vec{r}} \right] e^{i\vec{k}\vec{r}'} \quad (3.9)$$

Chúng tôi sử dụng ý tưởng của lý thuyết nhiễu loạn cải biến trong hàm số mũ có thể viết hàm $W(\vec{r}, \vec{k}; s)$ dưới dạng mở rộng theo chuỗi theo hằng số tương tác g .

$$W(\vec{r}, \vec{k}; s) = \sum_{n=1}^{\infty} g^n W_n(\vec{r}, \vec{k}; s) = gW_1 + g^2W_2 + g^3W_3 + \dots \quad (3.11)$$

Thay phương trình (3.11) vào phương trình (3.9) ta có:

$$1 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} g^n W_n \right) + \frac{1}{2!} \left(\sum_{n=1}^{\infty} g^n W_n \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\sum_{n=1}^{\infty} g^n W_n \right)^3 + \dots = 1 + g\hat{L}_r \left\{ V(\vec{r}; s) \left[1 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} g^n W_n \right) + \frac{1}{2!} \left(\sum_{n=1}^{\infty} g^n W_n \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\sum_{n=1}^{\infty} g^n W_n \right)^3 + \dots \right] e^{-i\vec{k}\vec{r}} \right\} e^{i\vec{k}\vec{r}'} \quad (3.12)$$

Đồng nhất hệ số của các số hạng theo hằng số tương tác g ở hai vế của (3.12), chúng ta tìm được các số hạng gần đúng bậc nhất, bậc hai và bậc ba một cách tương ứng (xem phụ lục D.1):

$$W_1(\vec{r}; \vec{k}; s) = \int d\vec{q} V(\vec{q}; s) K((\vec{q} + \vec{k})^2; s) e^{-i\vec{q}\vec{r}} \quad (3.13)$$

$$W_2(\vec{r}; \vec{k}; s) = -\frac{W_1^2(\vec{r}; \vec{k}; s)}{2!} + \int d\vec{q}_1 d\vec{q}_2 V(\vec{q}_1; s) V(\vec{q}_2; s) \times K\left[(\vec{k} + \vec{q}_1)^2; s\right] K\left[(\vec{k} + \vec{q}_1 + \vec{q}_2)^2; s\right] e^{-i(\vec{q}_1 + \vec{q}_2)\vec{r}} \quad (3.14)$$

$$W_3(\vec{r}; \vec{k}; s) = -\frac{W_1^3(\vec{r}; \vec{k}; s)}{3!} + \int d\vec{q}_1 d\vec{q}_2 d\vec{q}_3 V(\vec{q}_1; s) V(\vec{q}_2; s) V(\vec{q}_3; s) \times K\left[(\vec{k} + \vec{q}_1)^2; s\right] K\left[(\vec{k} + \vec{q}_1 + \vec{q}_2)^2; s\right] \times K\left[(\vec{k} + \vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3)^2; s\right] e^{-i(\vec{q}_1 + \vec{q}_2 + \vec{q}_3)\vec{r}} \quad (3.15)$$

Nếu chỉ giới hạn trong gần đúng bậc nhất của $W(\vec{r}; \vec{k}; s)$ thì chúng ta thay $W(\vec{r}; \vec{k}; s)$ bởi $W_1(\vec{r}; \vec{k}; s)$ trong phương trình (3.9), chúng tôi thu được biểu thức gần đúng cho biên độ tán xạ từ các biểu thức (3.8), (3.4) và (3.2):

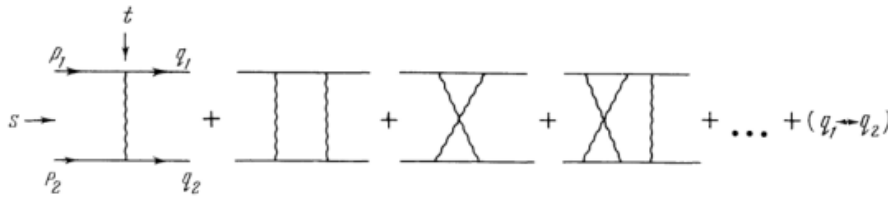
$$T_1(\vec{p}, \vec{p}'; s) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d\vec{r} e^{i(\vec{p}-\vec{p}')\vec{r}} V(\vec{r}; s) e^{gW_1(\vec{r}; \vec{p}; s)} \quad (3.16)$$

Để làm rõ ý nghĩa vật lý của cách tính gần đúng này, chúng tôi khai triển $T_1(\vec{p}, \vec{p}'; s)$ thành chuỗi theo hằng số tương tác g .

$$T_1^{(n+1)}(\vec{p}, \vec{p}'; s) = \frac{g^{n+1}}{n!} \int d\vec{q}_1 \cdots d\vec{q}_n V(\vec{q}_1; s) \cdots V(\vec{q}_n; s) \times \quad (3.17)$$

$$\times V\left(\vec{p} - \vec{p}' - \sum_{i=1}^n \vec{q}_i; s\right) \prod_{i=1}^n K\left[(\vec{q}_i + \vec{p}')^2; s\right]$$

Có thể dễ dàng nhận thấy là từ phương trình (3.17) và phương trình (3.18) phép gần đúng của chúng ta trong trường hợp phương trình Lippmann-Schwinger trùng với phép gần đúng $q_i q_j = 0$ khi nghiên cứu dáng điệu hồng ngoại của hàm Green lượng tử hay biên độ tán xạ của hạt ở trường ngoài trong QED, hay các số hạng $q_i q_j = 0$ trong hàm truyền của “nucleon”, hay gần đúng quỹ đạo thẳng trong phương pháp tích phân phiếm hàm. Bằng ngôn ngữ giản đồ Feynman cho tán xạ hai “nucleon” biên độ tán xạ hai hạt có dạng eikonal ở vùng $s \rightarrow \infty, t$ – cố định khi ta lấy tổng các giản đồ thang (Hình 3.1).



Hình 3.1: Giản đồ Feynman cho tán xạ hai “nucleon”

3.3. Dáng điệu tiệm cận của biên độ tán xạ ở vùng năng lượng cao.

Trong phần này, lời giải của phương trình chuẩn thể Logunov- Tavkhelidze thu được trong phần trước cho biên độ tán xạ có thể được sử dụng để tìm dạng tiệm cận của biên độ tán xạ năng lượng cao $s \rightarrow \infty$ và xung lượng truyền cố định.

Trong các khai triển tiệm cận, chúng tôi giữ lại số hạng chính và các số hạng gần đúng bậc tiếp theo, sử dụng công thức:

$$\exp[W(\vec{r}; \vec{p}'; s)] = \exp[W_1(\vec{r}; \vec{p}'; s)] [1 + g^2 W_2(r, \vec{p}'; s) + \dots] \quad (3.19)$$

Sử dụng các biến Mandelstam, chúng ta có:

$$s = 4(p^2 + m^2) = 4(p'^2 + m^2) = 4p_z^2 + 4m^2 + \vec{\Delta}_\perp^2 \approx 4p_z^2; \quad (3.20)$$

$$p_z \approx \sqrt{s}/2; \vec{p} - \vec{p}' = (\vec{\Delta}_\perp, 0); \vec{p} = \left(\frac{1}{2}\vec{\Delta}_\perp, p_z\right);$$

$$\vec{p}' = \left(-\frac{1}{2}\vec{\Delta}_\perp, p_z\right); t = -\Delta_\perp^2; \vec{\Delta}_\perp \vec{n}_z = 0;$$

Chúng tôi có các số hạng gần đúng bậc 1,2,3 của biên độ:

$$W_1 = \left(\frac{W_{10}}{s}\right) + \left(\frac{W_{11}}{s\sqrt{s}}\right) + O\left(\frac{1}{s^2}\right) \quad (3.22)$$

$$W_2 = \left(\frac{W_{20}}{s^2\sqrt{s}}\right) + O\left(\frac{1}{s^3}\right), \quad (3.23)$$

$$W_3 = \frac{1}{s^4}(W_{31} + W_{32} + W_{33}) \quad (3.24)$$

Ta tiến hành tính các số hạng bổ chính $W_{10}; W_{11}$ và W_{20}

$$W_{10} = 2 \int d\vec{q} V(\vec{q}; s) \frac{e^{-i\vec{q}\vec{r}}}{(q_z - i\varepsilon)} = 2i \int_z^\infty dz' V\left(\sqrt{r_\perp^2 + z'^2}; s\right) \quad (3.25)$$

$$W_{11} = -2 \int d\vec{q} V(\vec{q}; s) \frac{e^{-i\vec{q}\vec{r}} (3q_z^2 + q_\perp^2 - \vec{q}_\perp \vec{\Delta}_\perp)}{(q_z - i\varepsilon)^2} = \quad (3.26)$$

$$= -6V(\sqrt{r_\perp^2 + z^2}; s) - 2(\nabla_\perp^2 + i\Delta_\perp \nabla_\perp) \int_z^\infty dz' \int_{z'}^\infty dz'' V(\sqrt{r_\perp^2 + z''^2}; s)$$

$$W_{20} = -4 \int d\vec{q}_1 d\vec{q}_2 V(\vec{q}_1; s) V(\vec{q}_2; s) e^{-i(\vec{q}_1 + \vec{q}_2)\vec{r}} \times \frac{3q_{1z}q_{2z} + \vec{q}_{1\perp}\vec{q}_{2\perp}}{(q_{1z} + q_{2z} - i\varepsilon)(q_{1z} - i\varepsilon)(q_{2z} - i\varepsilon)} \quad (3.27)$$

$$= -4i \int_z^\infty dz' \left\{ 3V^2(\sqrt{r_\perp^2 + z'^2}; s) + \left[\nabla_\perp \int_{z'}^\infty dz'' V(\sqrt{r_\perp^2 + z''^2}; s) \right]^2 \right\}$$

Trong giới hạn $s \rightarrow \infty$ và $(t/s) \rightarrow 0$, W_{10} đóng góp chính, và các số hạng còn lại là bỏ chính. Do đó, hàm W có thể được biểu diễn bằng cách mở rộng (3.19) trong đó W_{10} , W_{11} , W_{20} , lần lượt được xác định bởi các công thức từ (3.25) đến (3.27), chúng ta có:

$$e^W = e^{g \frac{W_{10}}{s}} e^{g \frac{W_{11}}{s\sqrt{s}} + g^2 W_{20} + g^3 W_3 + \dots} \approx e^{g \frac{W_{10}}{s}} \left(1 + g \frac{W_{11}}{s\sqrt{s}} + g^2 \frac{W_{20}}{s^2 \sqrt{s}} + g^3 W_3 + \dots \right)$$

Dạng tiệm cận biên độ tán xạ có thể được viết dưới dạng.

$$T(s; t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^2 r_\perp dz e^{i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp} V(\sqrt{\vec{r}_\perp^2 + z^2}; s) e^{\left(\frac{g}{s} W_{10}\right)} \times \quad (3.31)$$

$$\times \left(1 + \frac{g}{s\sqrt{s}} W_{11} + \frac{g^2}{s^2 \sqrt{s}} W_{20} + \dots \right)$$

Thay thế các phương trình từ (3.25) đến (3.30) vào phương trình (3.31) và thực hiện các phép tính trong giới hạn năng lượng cao và xung lượng truyền cố định, cuối cùng chúng ta cũng có được biểu thức cho biên độ tán xạ.

$$T(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = T_{Scalar}^{(0)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} + T_{Scalar}^{(1)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} + \quad (3.32)$$

$$+ T_{Scalar}^{(2)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} + T_{Scalar}^{(3)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} \dots$$

Trong phương trình (3.32), số hạng đầu tiên mô tả dáng điệu của biên độ tán xạ eikonal chính, trong khi các số hạng còn lại là các bỏ chính với độ lớn tương đối là $1/\sqrt{s}$. Bài toán tán xạ năng lượng cao ($s \rightarrow \infty$) thế coi là nhẵn, xung lượng truyền $\vec{\Delta}_\perp$ là tương đối nhỏ. Do đó, các số hạng tỷ lệ thuận với $\vec{\nabla}_\perp V$ và $\vec{\nabla}_\perp^2 V$ trong phương trình (3.32) có thể bị bỏ qua, bây giờ chúng ta có:

$$T_{Scalar}^{(0)}(s; t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = -\frac{is}{2(2\pi)^3} \times \int d^2 r_\perp e^{i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp} \left\{ \exp \left[\frac{2ig}{s} \int_{-\infty}^\infty dz V(\sqrt{\vec{r}_\perp^2 + z^2}; s) \right] - 1 \right\} \quad (3.33)$$

$$T_{Scalar}^{(1)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = -\frac{6g^2}{(2\pi)^3 s\sqrt{s}} \int d^2\vec{r}_\perp e^{i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp} \quad (3.34)$$

$$\exp \left[\frac{2ig}{s} \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\sqrt{\vec{r}_\perp^2 + z^2}; s) \right] \int_{-\infty}^{\infty} dz V^2(\sqrt{\vec{r}_\perp^2 + z^2}; s)$$

Như ta đã biết, khi nghiên cứu biên độ tán xạ qua các giản đồ Feynman, đáng điều tiêm cận năng lượng cao chỉ có thể chứa các logarit và các lũy thừa nguyên của s . Một dáng điều tương tự được rút ra ở đây khi lấy tích phân phương trình (3.32) dẫn đến biến mất các hệ số đối với các lũy thừa bậc s . Tuy nhiên, các số hạng chứa lũy thừa bậc s là cần thiết để tính toán các bổ chính tiếp theo của biên độ tán xạ mà nó dẫn đến sự xuất hiện của các hiệu ứng trễ.

Từ phương trình (3.32) trong giới hạn năng lượng cao $s \rightarrow \infty$ và xung lượng cố định cùng với giả thiết chuẩn thể nhấn là một hàm của tọa độ tương đối của hai nucleon, chúng tôi tìm thấy biên độ tán xạ eikonal chính trong khuôn khổ của lý thuyết trường lượng tử.

$$T_{Scalar}^{(0)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = -\frac{is}{2(2\pi)^3} \int d^2\vec{r}_\perp e^{i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp} \left[e^{i\chi_0(r_\perp; s)} - 1 \right] \quad (3.35)$$

với $\chi_0(|r_\perp|; s) = -\frac{g^2}{(2\pi)^2 s} K_0(\mu|r_\perp|)$; $K_0(\mu|\vec{r}_\perp|) = \frac{1}{2\pi} \int d^2k_\perp \frac{e^{-i\vec{k}_\perp \vec{r}_\perp}}{k_\perp^2 + \mu^2}$, trong đó $|\vec{r}_\perp|$ là vector hai chiều, vuông góc với hướng va chạm (tham số ngắm) của các nucleon, $K_0(\mu|\vec{r}_\perp|)$ là hàm Mac Donald bậc không, μ là khối lượng của graviton, mà nó có vai trò loại bỏ phân kỳ hồng ngoại và $\chi_0(|r_\perp|; s)$ là hàm pha eikonal.

Số hạng eikonal chính tương tự (3.35) đối với Lagrangian tương tác $L_{\text{int}} = g\phi^2(x)\phi(x)$ cũng được tìm bằng phương pháp tích phân phiếm hàm. Trong đó, hàm pha eikonal cho sự trao đổi của các hạt vô hướng meson ảo tương tự với thể tương tác Yukawa giữa hai “nucleon” $V(|\vec{r}_\perp|; s) = -(g^2/4\pi s)(e^{-\mu|\vec{r}_\perp|}/|\vec{r}_\perp|)$. Sử dụng thể chuẩn Yukawa và thay vào công thức (3.33) và (3.34), cho biên độ eikonal chính và bổ chính bậc nhất, chúng ta thu được.

$$T_{Scalar}^{(0)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = \frac{g^2}{2(2\pi)^4 s} \times \left[\frac{1}{\mu^2 - t} - \frac{g^4}{4(2\pi)^2 s^2} F_1(t) + \frac{g^7}{12(2\pi)^5 s^4} F_2(t) \right] \quad (3.36)$$

$$T_{Scalar}^{(1)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = \frac{3ig^6}{4(2\pi)^6 s^3 \sqrt{s}} \left[F_1(t) - \frac{g^3}{(2\pi)^3 s^2} F_2(t) \right] \quad (3.37)$$

ở đây

$$F_1(t) = \frac{1}{t\sqrt{1-\frac{4\mu^2}{t}}} \ln \left| \frac{1-\sqrt{1-4\mu^2/t}}{1+\sqrt{1-4\mu^2/t}} \right| \quad (3.38)$$

$$F_2(t) = \int_0^t dy \frac{1}{(ty + \mu^2)(y-1)} \ln \left| \frac{\mu^2}{t(ty + \mu^2 - t)} \right| \quad (3.39)$$

Một tính toán tương tự có thể được áp dụng cho các hạt trao đổi khác với spin khác nhau. Trong trường hợp mô hình tương tác với hạt vecto $L_{\text{int}} = -g\phi^* i\partial_\sigma \phi A^\sigma + g^2 A_\sigma A^\sigma \phi\phi^*$,

thế năng gần như không phụ thuộc vào năng lượng $V(|\vec{r}_\perp|) = -(g^2/4\pi)(e^{-\mu|\vec{r}_\perp|}/|\vec{r}_\perp|)$, chúng ta có được:

$$T_{vector}^{(0)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = \frac{g^2}{2(2\pi)^4} \left[\frac{1}{\mu^2 - t} - \frac{g^4}{4(2\pi)^2 s} F_1(t) + \frac{g^7}{12(2\pi)^5 s^2} F_2(t) \right] \quad (3.40)$$

$$T_{vector}^{(1)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = \frac{3ig^6}{4(2\pi)^6} \frac{1}{s\sqrt{s}} \left[F_1(t) - \frac{g^3}{(2\pi)^3 s} F_2(t) \right] \quad (3.41)$$

Trong trường hợp mô hình tensor, chuẩn thế $V(|\vec{r}_\perp|, s) = (\kappa^2 s/2\pi)(e^{-\mu|\vec{r}_\perp|}/|\vec{r}_\perp|)$ tăng với năng lượng, chúng tôi có:

$$T_{Tensor}^{(0)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = \frac{\kappa^2 s}{(2\pi)^4} \left[\frac{1}{\mu^2 - t} - \frac{\kappa^4}{2(2\pi)^2} F_1(t) + \frac{\kappa^7}{3(2\pi)^5} F_2(t) \right] \quad (3.42)$$

$$T_{Tensor}^{(1)}(s;t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = \frac{3i\kappa^6 \sqrt{s}}{(2\pi)^6} \left[F_1(t) + \frac{2\kappa^4}{(2\pi)^3} F_2(t) \right] \quad (3.43)$$

So sánh các thế trên cho phép đưa ra kết luận sau: trong mô hình với trao đổi vô hướng, tiết diện tán xạ toàn phần σ_t giảm khi $1/s$ và chỉ có số hạng Born chiếm ưu thế trong toàn bộ phương trình eikonal; mô hình vector dẫn đến tiết diện tán xạ toàn phần σ_t sẽ tiến dần đến giá trị không đổi, khi $s \rightarrow \infty$, $t/s \rightarrow 0$. Trong cả hai trường hợp, các pha eikonal hoàn toàn là thực và hệ quả sự ảnh hưởng của tán xạ không đàn hồi là bằng không trong phép tính gần đúng này, $\sigma^m = 0$. Trong trường hợp trao đổi graviton, giới hạn Froissart bị vi phạm. Một kết quả tương tự cũng thu được trong với chuỗi eikonal để trao đổi graviton Regge.

Như vậy trong khuôn khổ của phương pháp chuẩn thế và lý thuyết nhiễu loạn cải biến, một sơ đồ có hệ thống về việc tìm các biên độ tán xạ eikonal chủ chốt và các bổ chính của nó được phát triển và xây dựng trong lý thuyết trường lượng tử, bao gồm cả lý thuyết hấp dẫn tuyến tính. Chúng tôi đã tính được bổ chính bậc nhất cho biên độ tán xạ eikonal chính.

3.4. Đóng góp gần đúng một vòng trong tán xạ năng lượng cao

Lý thuyết hiệu dụng năng lượng thấp của hấp dẫn lượng tử là một kết quả nổi bật nhất trong việc thống nhất lý thuyết tương đối rộng và cơ học lượng tử. Trong lý thuyết này, hấp dẫn giống với các tương tác cơ bản khác, kết quả đúng với năng lượng ở dưới thang năng lượng Planck, và các hiệu ứng bổ chính lượng tử có thể tính được ở năng lượng hiện tại. Vì thế, chúng tôi cố gắng mở rộng cách tiếp cận ở trên để tính toán biên độ tán xạ năng lượng cao của hai nucleon cho việc trao đổi graviton, dựa trên thế Newton ở vùng năng lượng thấp, dẫn tới bổ chính hấp dẫn một vòng của hạt khối lượng lớn phi tương đối tính. Chúng tôi đi tìm bổ chính chủ chốt đối với thế năng hấp dẫn phi tương đối tính (thế Newton).

Sau khi đánh giá tất cả các giản đồ đóng góp vào biên độ tán xạ một vòng. Cuối cùng, chúng tôi tìm được bổ chính chủ chốt đối với thế năng hấp dẫn phi tương đối tính:

$$V_{Newton}(r) = -G \frac{m_1 m_2}{r} \left[1 + 3 \frac{G(m_1 + m_2)}{c^2 r} + \frac{41}{10\pi} \frac{G\hbar}{c^3 r^2} \right], \quad (3.50)$$

trong đó bao gồm bổ chính tương đối bậc thấp nhất và bổ chính lượng tử bậc thấp nhất (cũng tương đối tính).

Điều quan trọng cần lưu ý là số hạng Newton cổ điển trong biểu thức (3.50) tương ứng với bậc thấp nhất của thế tán xạ và phù hợp với biểu thức (2.5) của Iwasaki. Kết quả chính xác cho các bổ chính lượng tử được công bố lần đầu tiên trong và sau đó được xác nhận trong.

Thế Newton ở năng lượng thấp dẫn tới tán xạ hấp dẫn một vòng theo phương trình (3.50) có thể được viết như sau:

$$V_{Newton}(r, s) = C_1 \frac{\kappa^2 s}{r} + C_2 \frac{\kappa^4 s}{r^2} + C_3 \frac{\kappa^4 s}{r^3} \quad (3.51)$$

ở đây $C_1 = \frac{1}{4.(32\pi)}, C_2 = \frac{3(m_1 + m_2)}{4c^2.(32\pi)^2}, C_3 = \frac{41\hbar}{40\pi c^3.(32\pi)^2}$.

Dáng điệu tiệm cận của biên độ tán xạ năng lượng cao $s \rightarrow \infty$ và xung lượng truyền cố định.

$$\begin{aligned} T(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} &= T_{Scalar}^{(0)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} + T_{Scalar}^{(1)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} + \\ &+ T_{Scalar}^{(2)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} + T_{Scalar}^{(3)}(s, t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} + \dots \end{aligned} \quad (3.52)$$

Trong phương trình (3.52), số hạng đầu tiên mô tả dáng điệu của biên độ tán xạ eikonal chủ chốt, trong khi các số hạng còn lại xác định các bổ chính cùng với độ lớn tương đối là $1/\sqrt{s}$. Do độ nhẵn của thế V ở năng lượng cao $s \rightarrow \infty$, nên sự thay đổi của xung lượng truyền $\vec{\Delta}_\perp$ của hạt, là tương đối nhỏ. Do đó, các số hạng tỷ lệ thuận với $\vec{\nabla}_\perp V$ và $\vec{\nabla}_\perp^2 V$ trong phương trình (3.52) có thể bỏ qua, bây giờ chúng ta có số hạng eikonal chủ chốt và bổ chính bậc nhất.

$$T_{Scalar}^{(0)}(s; t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} = -\frac{is}{2(2\pi)^3} \int d^2 r_\perp e^{i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp} \left\{ \exp \left[\frac{2ig}{s} \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\sqrt{\vec{r}_\perp^2 + z^2}; s) \right] - 1 \right\} \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} T_{Scalar}^{(1)}(s; t) \Big|_{\substack{s \rightarrow \infty \\ t \text{-fixed}}} &= -\frac{6g^2}{(2\pi)^3 s\sqrt{s}} \int d^2 \vec{r}_\perp e^{i\vec{\Delta}_\perp \vec{r}_\perp} \\ &\exp \left[\frac{2ig}{s} \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\sqrt{\vec{r}_\perp^2 + z^2}; s) \right] \int_{-\infty}^{\infty} dz V^2(\sqrt{\vec{r}_\perp^2 + z^2}; s) \end{aligned} \quad (3.54)$$

Khi thay thế thế Newton (3.51) vào các phương trình (3.53), kể đến đỉnh tương tác của các graviton giữa hai nucleon, bằng cách thay đổi V_{Newton} bằng sV_{Newton} , các graviton vẫn có khối lượng μ , chúng ta thu được số hạng chính chủ chốt của biên độ tán xạ:

$$\begin{aligned} T_{graviton}^{(0)}(s, t) &= \frac{\kappa^2 s}{(4\pi)^4} \left(\frac{1}{\mu^2 - t} - \frac{\kappa^4}{2.(32\pi)^2} F_1(t) + \frac{2\kappa^7}{3.(16\pi)^5} F_2(t) \right) \\ &- \frac{6(m_1 + m_2)}{(32\pi)^3 c^2} \frac{\kappa^5 s}{\sqrt{\mu^2 - t}} + \frac{41\kappa^5 s\hbar}{80.(4\pi)^5 c^3} F_2(t) \end{aligned} \quad (3.56)$$

Bằng cách tương tự, chúng tôi thu được số hạng bổ chính bậc nhất cho biên độ tán xạ:

$$T_{graviton}^{(1)}(s, t) = J_1 + J_2 = \frac{3i\kappa^6 \sqrt{s}}{(8\pi)^6} \left[F_1(t) + \frac{2\kappa^4}{(8\pi)^3} F_2(t) \right] + \frac{9(m_1 + m_2)}{4(8\pi)^3 c^2} \frac{\kappa^6 \sqrt{s}}{\sqrt{\mu^2 - t}} + \frac{123\kappa^6 \hbar \sqrt{s}}{10(4\pi)^5 c^3} F_2(t) \quad (3.62)$$

Từ các biểu thức (3.56) và (3.62) ở trên, chúng ta thấy rằng: các công thức biên độ tán xạ eikonal chủ chốt và bổ chính bậc nhất của nó, có cấu trúc giống nhau, và bao gồm ba số hạng: Số hạng đầu tiên chính là biên độ tán xạ được diễn ra bằng cách trao đổi graviton, trong đó giới hạn gần đúng không tương đối tính, sẽ là thế Newton. Số hạng thứ hai là bổ chính tương đối tính cho biên độ tán xạ (số hạng chứa $(m_1 + m_2)$). Số hạng cuối cùng (số hạng tỷ lệ thuận \hbar) là bổ chính lượng tử, thu được từ sự đóng góp của gần đúng một vòng trong quá trình tán xạ năng lượng cao.

3.5. Tổng kết chương 3

Trong khuôn khổ của lý thuyết nhiễu loạn cải biến và phương trình chuẩn thế, một sơ đồ hệ thống tìm ra các biên độ tán xạ eikonal chủ chốt và các bổ chính của nó trong phép gần đúng hấp dẫn một vòng trong hấp dẫn lượng tử đã được phát triển và xây dựng. Các bổ chính bậc nhất không định xứ cho biên độ tán xạ eikonal chủ chốt đã tìm được.

Trong lý thuyết hấp dẫn tuyến tính hóa, sự tương tác giữa các nucleon tán xạ bằng cách trao đổi các graviton, mà nó tương ứng với chuẩn thế nhãn dạng thế Yukawa. Biên độ tán xạ eikonal chủ chốt và bổ chính bậc nhất của nó cũng tìm được.

Trong khuôn khổ của lý thuyết trường hiệu dụng, chúng tôi đã thu được biểu thức cho biên độ tán xạ cho thế Newton, mà nó bao gồm cả đóng góp của bổ chính lượng tử tương đối và bổ chính lượng tử từ gần đúng một vòng.

Kết quả mới trong chương này là chúng tôi đã kết hợp các hiệu ứng tương đối tính và hiệu ứng lượng tử trong tán xạ hấp dẫn để làm rõ một phần của mối liên hệ giữa lý thuyết trường lượng tử hiệu dụng của thuyết tương đối rộng và cơ học lượng tử tương đối tính.

CHƯƠNG 4

BIÊN ĐỘ TÁN XẠ NĂNG LƯỢNG CAO TRONG LÝ THUYẾT HẤP DẪN TUYẾN TÍNH

Mục đích của chương này là xem xét đáng điều tiệm cận của biên độ tán xạ đàn tính bằng cách trao đổi graviton giữa hai hạt vô hướng ở năng lượng cao với xung lượng truyền cố định dựa trên phương trình chuẩn thế Logunov – Tavkhelidze trong lý thuyết hấp dẫn tuyến tính. Trong cách tiếp cận chuẩn thế ở gần đúng bậc $1/p$, chúng tôi tính toán để thu được biểu thức Eikonal của biên độ tán xạ và bổ chính bậc nhất của nó ở năng lượng cao và xung lượng truyền cố định. Thế Yukawa được áp dụng để thảo luận các kết quả.

4.1. Số hạng bổ chính của biên độ tán xạ

Chúng tôi tính toán để thu được gần đúng eikonal cho biên độ tán xạ và bổ chính bậc nhất của nó bằng cách sử dụng phương pháp chuẩn thế trong biểu diễn tọa độ.

Đầu tiên, chúng tôi sẽ rút ra phương trình đồng nhất cho hàm sóng một thành phần của hệ hai hạt vô hướng tương tác. Để làm điều này, chúng tôi bắt đầu từ hàm Green 4 thành phần $G_{ab}(x, y; x', y')$ phải thỏa mãn phương trình Bethe-Salpeter và có thể được viết dưới dạng hình thức [28, 30]:

$$G = \alpha G^0 + \alpha^{-1} G^0 K G, \quad \alpha = (2\pi)^4, \quad (4.1)$$

trong đó G^0 là hàm Green của các hạt tự do và hàm nhân K có thể được tìm thấy bằng phương pháp nhiễu loạn.

Chúng tôi giải (4.1) theo quy trình trong tài liệu, cụ thể là sử dụng kỹ thuật khử mối liên hệ giữa hàm Green 2 thành phần và hàm Green 4 thành phần \tilde{G}_{ab} , thu được phương trình tường minh cho hàm Green 2 thành phần trong biểu diễn xung lượng:

$$F(p'^2; E^2)\tilde{G}(p', p, E) - \int dq^3 V(p', q, E)\tilde{G}(q, p, E) = \delta(p - p') \quad (4.1)$$

trong đó $F_{a,b}(p^2; E^2) = (p^2 + m_{a,b}^2 - E^2)\sqrt{p^2 + m_{a,b}^2}$, và $V(p', q, E)$ là ma trận thế.

Từ (4.2) và mối liên hệ $\tilde{G}_{ab}(t, \vec{x}, \vec{y}) = \sum_n \varphi_n(t; \vec{x}, \vec{y})\varphi_n^+(t; \vec{x}, \vec{y})$ giữa hàm sóng một thành phần và hàm Green hai thành phần, đồng nhất phương trình của hàm sóng một thành phần ta sẽ được:

$$(\vec{p}^2 - E^2 + m^2)\psi(\vec{p}) = \int d\vec{q} \frac{V[(\vec{p} - \vec{q})^2; E]\psi(\vec{q})}{\sqrt{m^2 + \vec{q}^2}} \quad (4.3)$$

Chúng ta xét phương trình (4.3) trong biểu diễn tọa độ với một chuẩn thế định xứ gần như hoàn toàn tương tự $V(\vec{r}; E) = ipEv(\vec{r})$ trong đó $v(\vec{r})$ là một hàm dương nhỏ và $p = |\vec{p}|$. Ở năng lượng cao và tán xạ góc nhỏ, hàm sóng $\psi_p(\vec{r})$ có thể được viết dưới dạng $\psi_p(\vec{r}) = e^{ipz}F_p(\vec{r})$; $F_p(\vec{r})|_{z \rightarrow -\infty} = 1$. Bằng cách mở rộng các số hạng theo phương của xung lượng và chỉ giữ lại các số hạng có bậc $1/p$, lời giải của phương trình (4.3) sẽ là:

$$F_p(\vec{r}) = \exp\left[-\frac{z\theta(z)\gamma(\rho)}{2ip} - \int_{-\infty}^z v(\rho, z')dz' - \frac{1}{2ip} \int_{-\infty}^z \tilde{\chi}^{(1)}(\rho, z')dz'\right], \quad (4.4)$$

Biên độ tán xạ có liên quan đến hàm sóng như sau:

$$T(\Delta^2; E) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dr \psi_k^{*(0)} V(E; r) \psi_p(r) \quad (4.5)$$

ở đây, $\Delta^2 = (p - k)^2 = \Delta_{\perp}^2 + \Delta_z^2 = -t$ và $\Delta_z = \frac{\Delta_{\perp}^2}{2p} + O\left(\frac{1}{p^2}\right)$.

Thay thế (4.4) vào (4.5) và tính tích phân từng phần, chúng ta được số hạng chính chủ chốt của gần đúng Eikonal cho biên độ tán xạ:

$$T^{(0)}(\Delta^2; E) = -2ipE \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^2\rho e^{i\rho\Delta_{\perp}} \left(e^{-\int_{-\infty}^{\infty} v(\rho, z) dz} - 1 \right), \quad (4.7)$$

Và số hạng bổ chính bậc nhất cho gần đúng này là:

$$T^{(1)}(\Delta^2; E) = 2ipE \frac{1}{(2\pi)^3} \left\{ \int d^2\rho e^{i\rho\Delta_{\perp}} e^{-\int_{-\infty}^{\infty} v(\rho, z) dz} \left[3 \int_{-\infty}^{\infty} v^2(\rho, z) dz - \int d^2\rho dz e^{i\rho\Delta_{\perp}} \Delta_{\perp}^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \int_{-\infty}^{\infty} dz z v(\rho, z) e^{-\int_{-\infty}^z v(\rho, z') dz'} + \int d^2\rho e^{i\rho\Delta_{\perp}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \eta_{\perp}(\rho, z) \left(e^{-\int_{-\infty}^z v(\rho, z') dz'} - e^{-\int_{-\infty}^{\infty} v(\rho, z') dz'} \right) \right] \right\}. \quad (4.8)$$

Các kết quả này (4.7), (4.8) cũng có thể được tìm thấy bằng phương pháp tích phân phiếm hàm và phương pháp chuẩn thế trong biểu diễn xung lượng.

Bây giờ, chúng ta hãy xem xét trường hợp xung lượng truyền thay đổi $t = 0$ và chuẩn thế Gaussian có dạng $V(E; \Delta^2) = isge^{at}$, $t = -\Delta^2$ mà dạng tương ứng trong biểu diễn tọa độ là:

$$V(E; r) = isg\sqrt{\pi/a} e^{-r^2/4a}. \quad (4.9)$$

Với $t = \Delta_{\perp}^2 + \Delta_z^2 = 0$, $\Delta_{\perp} = 0$. Thay (4.9) vào (4.8), và chú ý rằng trên mặt khối lượng thì: $p^2 = E^2 - m^2 \Rightarrow p \propto E \propto \sqrt{s}$. Chúng tôi thu được số hạng bổ chính bậc nhất:

$$T^{(1)}(\Delta^2 = 0; E) \propto 3isg \frac{g}{\pi\sqrt{8\pi a}} \int d^2\rho e^{-\rho^2/2a} e^{2i\chi_0} + isg \frac{1}{8\pi^2 a} \int d^2\rho e^{-\rho^2/4a} \left(1 - \frac{\rho^2}{2a}\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^z V(z') dz' \left[\exp\left[2i\chi \int_{-\infty}^z V(z') dz'\right] - \exp\left[2i\chi \int_{-\infty}^{\infty} V(z') dz'\right] \right], \quad (4.10)$$

ở đây: $2i\chi = -4\pi g e^{-\rho^2/4a}$, $V(z) = \frac{1}{\sqrt{4\pi a}} e^{-z^2/4a}$.

Kết quả tương tự phương trình (4.10) cũng được tìm thấy bằng phương pháp gần đúng Born trong biểu diễn xung lượng.

4.2. Đáng điệu tiệm cận của biên độ tán xạ ở năng lượng cao

Trong mục này, chúng ta áp dụng các kết quả của phần 4.1 được trong trường hợp thế Yukawa. Ở phần trước, dạng tổng quát của biên độ tán xạ của hai hạt vô hướng được tìm thấy trong thế $V(\vec{r}; E)$. Bây giờ, chúng ta hãy xem xét một ví dụ cụ thể trong đó trao đổi graviton mà chuẩn thế tăng theo năng lượng. Trong hấp dẫn tuyến tính, thế tương tác hiệu dụng giữa hai “nucleon” được mô tả bằng chuẩn thế Yukawa tăng theo năng lượng, cụ thể theo biểu thức:

$$V(r, s) = \frac{\kappa^2 s}{2\pi} \frac{e^{-\mu r}}{r} = \frac{\kappa^2 s}{2\pi} \frac{e^{-\mu\sqrt{b^2+z^2}}}{\sqrt{b^2+z^2}} \quad (4.11)$$

trong đó, hằng số liên kết κ liên hệ với hằng số hấp dẫn Newton bằng công thức $\kappa^2 = 32\pi G = 32\pi l_{PL}^2$; $l_{PL} = 1,6 \cdot 10^{-33}$ cm là chiều dài Planck. Như vậy ở mức năng lượng cao $p \propto E \propto \sqrt{s}$, chúng tôi tìm thấy số hạng chính của biên độ tán xạ:

$$T^{(0)}(\Delta^2; E) \propto \frac{\kappa^2 s}{(2\pi)^4} \left(\frac{1}{\mu^2 - t} - \frac{\kappa^4}{2(2\pi)^2} F_1(t) + \frac{\kappa^4}{3(2\pi)^5} F_2(t) \right) \quad (4.25)$$

Và số hạng bổ chính bậc nhất của biên độ tán xạ:

$$T^{(1)}(\Delta^2; E) = \frac{3i\kappa^6}{(2\pi)^6} \left(F_1(t) - \frac{2\kappa^3}{(2\pi)^3} F_2(t) \right) \quad (4.32)$$

ở đây:

$$F_1(t) = \frac{1}{t\sqrt{1-\frac{4\mu^2}{t}}} \ln \left| \frac{1-\sqrt{1-4\mu^2/t}}{1+\sqrt{1-4\mu^2/t}} \right| \text{ và } F_2(t) = \int_0^1 dy \frac{1}{(ty+\mu^2)(y-1)} \ln \left| \frac{\mu^2}{y(ty+\mu^2-t)} \right|$$

Những kết quả ở (4.25), (4.32) có dạng tương tự trong. Hơn nữa, từ đây, chúng ta thấy rằng số hạng bổ chính bậc nhất của biểu thức eikonal của biên độ tán xạ ở năng lượng cao với xung lượng truyền cố định tăng nhanh trong lý thuyết hấp dẫn tuyến tính.

So sánh các thế ở trên đã cho phép đưa ra các kết luận sau đây :

Trong mô hình với sự trao đổi vô hướng, tổng tiết diện tán xạ σ_t giảm dần ($1/s$), và chỉ có số hạng Born chiếm ưu thế trong toàn bộ phương trình eikonal.

Trong mô hình vectơ dẫn đến tổng tiết diện tán xạ σ_t có giá trị không đổi khi $s \rightarrow \infty$, $(t/s) \rightarrow 0$.

Trong cả hai trường hợp, các pha eikonal hoàn toàn có thật và do đó, sự ảnh hưởng của tán xạ không đàn hồi bị coi nhẹ trong phép tính gần đúng này, $\sigma^m = 0$.

Trong trường hợp trao đổi graviton, giới hạn Froissart bị vi phạm. Một kết quả tương tự cũng thu được trong tài liệu tham khảo với chuỗi eikonal để trao đổi graviton hồi quy.

4.3. Tổng kết chương 4

Dạng điều tiệm cận của biên độ tán xạ ở mức năng lượng cao và xung lượng truyền cố định đã được nghiên cứu theo phương pháp chuẩn thể trong biểu diễn tọa độ trong lý thuyết hấp dẫn tuyến tính. Kết quả thu được của biểu thức eikonal của biên độ tán xạ và số hạng bổ chính bậc nhất tương ứng trùng với kết quả được tìm thấy bởi các tác giả khác. Thế Yukawa được sử dụng để cụ thể hóa kết quả.

KẾT LUẬN

Trong luận án này, chúng tôi đã phát triển một sơ đồ tính toán hệ thống dựa trên phép gần đúng quỹ đạo thẳng (gần đúng eikonal) để nghiên cứu bài toán tán xạ năng lượng cao bao gồm cả tương tác hấp dẫn. Các kết quả chính thu được trong luận án bao gồm:

Chúng tôi thu được biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ của hạt ở trường thế ngoài bằng phương pháp tích phân phiếm hàm trong cơ học lượng tử. Tính được tiết diện tán xạ của hạt trên hai thế ngoài cụ thể là thế Gauss và thế Yukawa.

Chúng tôi thu được biểu thức eikonal cho biên độ tán xạ và số hạng bổ chính của nó bậc $1/p$ bằng phương pháp chuẩn thể trong biểu diễn tọa độ trong khuôn khổ lý thuyết hấp dẫn lượng tử tuyến tính. Bài toán ở đây là sự tán xạ giữa các nucleon bằng cách trao đổi graviton tương ứng với chuẩn thể nhãn Yukawa.

Chúng tôi tìm được biên độ tán xạ eikonal và các bổ chính không định xứ của nó trong khuôn khổ lý thuyết nhiễu loạn cải biến và phương trình chuẩn thể trong phép gần đúng hấp dẫn một vòng.

Chúng tôi đã thu được biểu diễn eikonal cho biên độ tán xạ cho thế Newton mà nó bao gồm đóng góp của bổ chính lượng tử tương đối tính và bổ chính lượng tử gần đúng một vòng trong lý thuyết hấp dẫn lượng tử hiệu dụng. Tính mới và khác biệt của kết quả này so với các nghiên cứu trước đó là chúng tôi đã kết hợp các hiệu ứng tương đối tính và hiệu ứng lượng tử trong tán xạ hấp dẫn để làm rõ một phần của mối liên hệ giữa lý thuyết trường lượng tử hiệu dụng của thuyết tương đối rộng và cơ học lượng tử tương đối tính. Cụ thể: Số hạng bổ chính tương đối tính được tính từ các đóng góp không giải tích và được giải thích là kết quả của dao động "zitterbewegung" khi khoảng cách giữa các hạt bị dịch chuyển một lượng bằng độ dài của một bước sóng Compton; Số hạng bổ chính lượng tử liên quan đến hằng số Planck cũng được tìm thấy.

Các đóng góp cho biên độ tán xạ năng lượng cao được chia thành: Đóng góp giải tích liên quan đến tính định xứ và các đóng góp phi giải tích liên quan đến không định xứ. Sự phân chia này được liên hệ với hai cách mô tả các hạt trong cơ học lượng tử và cơ học lượng tử tương đối tính trong đó hạt có khối lượng m . Nếu hạt có khối lượng, không thể định xứ trong một thể tích có kích thước tuyến tính nhỏ hơn độ dài bước sóng Compton của hạt tương ứng. Đối với các hạt siêu tương đối - chẳng hạn như lượng tử ánh sáng $m = 0, v = c$ - khái niệm tọa độ của hạt theo nghĩa thông thường của từ này là hoàn toàn vô nghĩa.

Những kết quả thu được trong luận án, trên cơ sở gần đúng eikonal bằng hàng loạt các cách tiếp cận khác nhau là cơ sở cho việc thống nhất bốn loại tương tác: tương tác điện từ, tương tác yếu, tương tác mạnh và tương tác hấp dẫn.

**DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC
CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN**

- [1]. N. S. Han, D. T. Ha, and N. N. Xuan (2019), “The contribution of effective quantum gravity to the high energy scattering in the framework of modified perturbation theory and one loop approximation”, *European Physical Journal C*, Vol. 79, No. 10, pp. 835-847.
- [2]. C. T. Vi Ba, D. T. Ha, N. N. Xuan, and D. D. Thanh (2022), “Functional Integral Method for Potential Scattering Amplitude in Quantum Mechanics”, *VNU Journal of Science: Mathematics - Physics*, Vol. 38, No. 4, pp. 45-60.
- [3]. D. T. Ha (2020), “High Energy Scattering Amplitude in The Linearized Gravitational Theory”, *Scientific Journal of Hanoi Metropolitan University*, Vol. 39, pp. 49-54.
- [4]. D. T. Ha and N. T. Huong (2023), “The High Energy Scattering Amplitude in The One-Loop Effective Gravitation Field Theory.” *VNU Journal of Science: Mathematics – Physics (chấp nhận đăng)*.